

DU LÉVITRON AU MAGNÉTISME ORBITAL

Rencontre entre jouet et recherche fondamentale

Arnaud Raoux

ancien doctorant de Gilles

23 juin 2022

UTMB 2020

en l'honneur des 67 ans de Gilles

DU LÉVITRON AU MAGNÉTISME ORBITAL

Rencontre entre jouet et recherche fondamentale

Arnaud Raoux

ancien doctorant de Gilles

23 juin 2022

UTMB ~~2020~~, 2021

en l'honneur des 67 ans de Gilles

DU LÉVITRON AU MAGNÉTISME ORBITAL

Rencontre entre jouet et recherche fondamentale

Arnaud Raoux

ancien doctorant de Gilles

23 juin 2022

UTMB ~~2020~~, ~~2021~~, 2022

en l'honneur des 67 ans de Gilles

Jouets



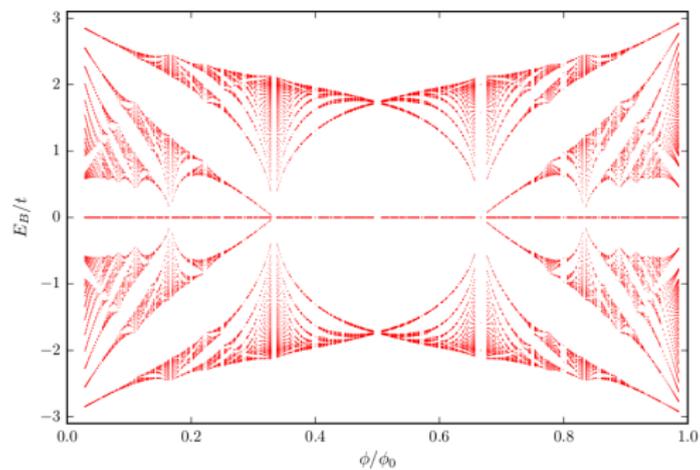
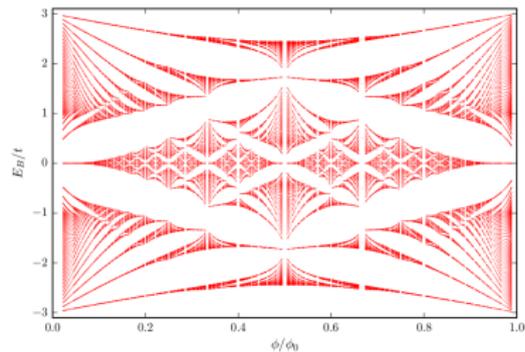
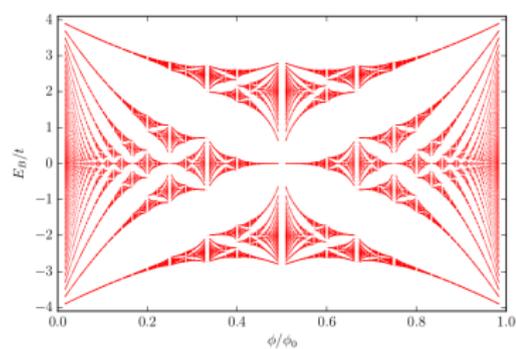
Physique du quotidien



Physique du (moins) quotidien



La chasse aux papillons



Gilles a toujours rêvé de voler



Lévitron

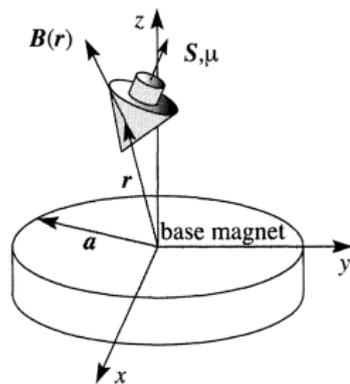


Lévitron (approche à la Berry)

Berry, Proc. R. Soc. Lond. (1996)

Position du problème

- ▶ Toupie avec $\vec{\mu} \parallel$ à l'axe de symétrie, de moment cinétique \vec{L} .
- ▶ Base aimantée d'aimantation uniforme



Lévitron (approche à la Berry)

Berry, Proc. R. Soc. Lond. (1996)

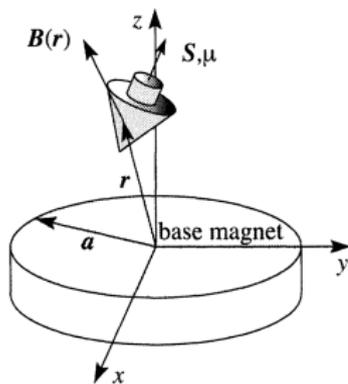
Position du problème

- ▶ Toupie avec $\vec{\mu} \parallel$ à l'axe de symétrie, de moment cinétique \vec{L} .
- ▶ Base aimantée d'aimantation uniforme

Argument naïf

$$E_p = mgz - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \approx mgz - \mu B_z.$$

Force répulsive : $F_z = \mu \partial_z B_z$ qui équilibre la gravité.

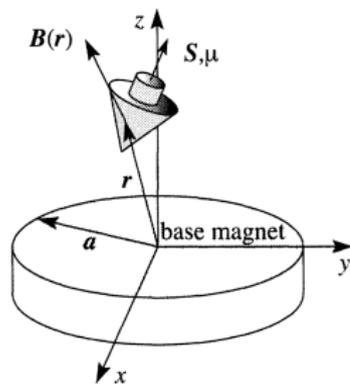


Lévitrion (approche à la Berry)

Berry, Proc. R. Soc. Lond. (1996)

Position du problème

- ▶ Toupie avec $\vec{\mu} \parallel$ à l'axe de symétrie, de moment cinétique \vec{L} .
- ▶ Base aimantée d'aimantation uniforme



Argument naïf

$$E_p = mgz - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \approx mgz - \mu B_z.$$

Force répulsive : $F_z = \mu \partial_z B_z$ qui équilibre la gravité.

Théorème d'Earnshaw

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \Delta E_p = \frac{\partial^2 E_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_p}{\partial z^2} = 0$$

Équilibre stable impossible !

Lévitron : équations du mouvement

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu}(t) \wedge \vec{B}(\vec{r}(t)) \quad \text{avec} \quad \vec{B}(\vec{r}(t)) = B(t)\vec{b}(t)$$

1) Approximation gyroscopique

Rotation propre \gg Précession

$$\implies \vec{L} \parallel \vec{\mu}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \Omega \vec{b}(t) \wedge \vec{L}} \quad \text{où} \quad \Omega = -\mu B/L$$

\implies équation de précession pour \vec{L} autour du vecteur $\vec{b}(t)$.

Lévitron : équations du mouvement

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu}(t) \wedge \vec{B}(\vec{r}(t)) \quad \text{avec} \quad \vec{B}(\vec{r}(t)) = B(t)\vec{b}(t)$$

1) Approximation gyroscopique

Rotation propre \gg Précession

$$\implies \vec{L} \parallel \vec{\mu}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \Omega \vec{b}(t) \wedge \vec{L}} \quad \text{où} \quad \Omega = -\mu B/L$$

\implies équation de précession pour \vec{L} autour du vecteur $\vec{b}(t)$.

2) Approximation adiabatique

Précession $\Omega \gg$ Variation du champ vue par la toupie $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{B}$.

$$\implies \vec{L} \text{ est assujéti à } \vec{b}(t).$$

Et $\mu_B = \vec{\mu} \cdot \vec{B} = \text{cste}$ est un invariant adiabatique.

Lévitron : stabilité

$$E_p = mgz - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \longrightarrow E_p = mgz - \mu_B B \quad (\text{et non } B_z)$$

Conditions de stabilité

- ▶ Équilibre : $\nabla E_p = 0$
- ▶ Équilibre stable : $\partial_i^2 E_p > 0$ (vrai minimum, pas un point selle)

Lévitron : stabilité

$$E_p = mgz - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \longrightarrow E_p = mgz - \mu_B B \quad (\text{et non } B_z)$$

Conditions de stabilité

- ▶ Équilibre : $\nabla E_p = 0$
- ▶ Équilibre stable : $\partial_i^2 E_p > 0$ (vrai minimum, pas un point selle)

Avec $\vec{B} = \nabla \Phi$, on a l'équation $\Delta \Phi = 0$.

On pose : $\phi_j(z) = \partial_z^j \Phi(0, 0, z)$

Conditions de stabilité

$$\left\{ \begin{array}{ll} mg = \mu_B \partial_z B = \mu_B \phi_2 \operatorname{sign}(\phi_1) > 0 & \text{équilibre} \\ \mu_B \phi_3 \operatorname{sign}(\phi_1) < 0 & \text{stabilité verticale} \\ \mu_B \operatorname{sign}(\phi_1) \left(2\phi_3 - \frac{\phi_2^2}{\phi_1} \right) > 0 & \text{stabilité horizontale} \end{array} \right.$$

Lévitron : stabilité

$$E_p = mgz - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \longrightarrow E_p = mgz - \mu_B B \quad (\text{et non } B_z)$$

Conditions de stabilité

- ▶ Équilibre : $\nabla E_p = 0$
- ▶ Équilibre stable : $\partial_i^2 E_p > 0$ (vrai minimum, pas un point selle)

Avec $\vec{B} = \nabla \Phi$, on a l'équation $\Delta \Phi = 0$.

On pose : $\phi_j(z) = \partial_z^j \Phi(0, 0, z)$

Conditions de stabilité

$$\begin{cases} mg = \mu_B \partial_z B = \mu_B \phi_2 \operatorname{sign}(\phi_1) > 0 & \text{équilibre} \\ \mu_B \phi_3 \operatorname{sign}(\phi_1) < 0 & \text{stabilité verticale} \\ \mu_B \operatorname{sign}(\phi_1) \left(2\phi_3 - \frac{\phi_2^2}{\phi_1} \right) > 0 & \text{stabilité horizontale} \end{cases}$$

- ▶ $\mu_B > 0 \implies$ impossible.
- ▶ $\mu_B < 0 \implies$ possible grâce au terme ϕ_2^2 !

Léviton : stabilité (2)

Où est l'équilibre ?

Pour une base circulaire de rayon a

$$\frac{1}{2} < \frac{z_{\text{eq}}}{a} < \sqrt{\frac{2}{5}}$$

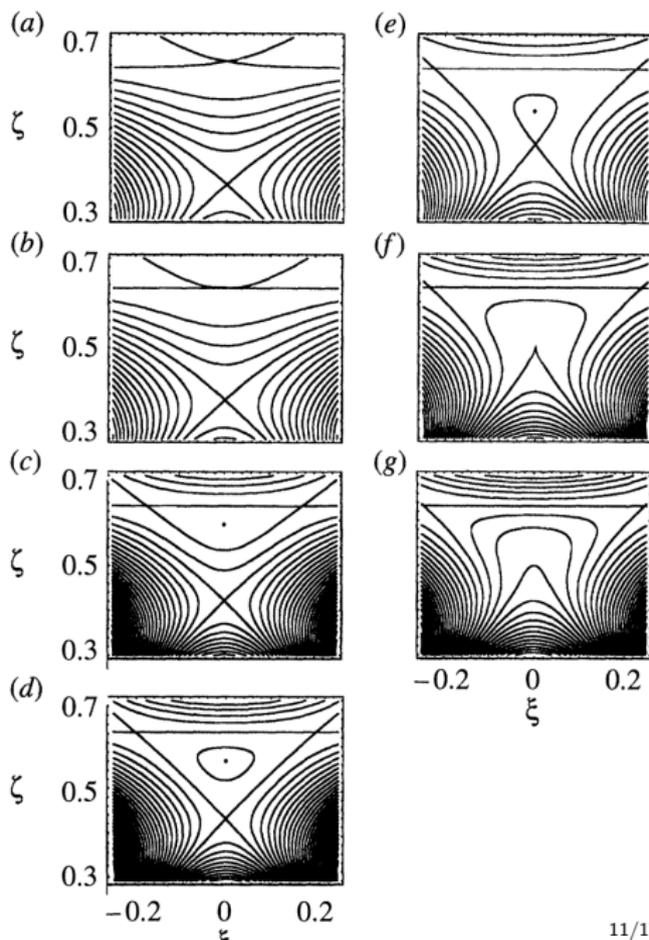
La position d'équilibre **dépend de m** . Seule une petite plage $[m_1, m_2]$ est possible.

De plus, $\vec{B}(\vec{r})$ change avec T

→ $[m_1, m_2]$ change avec T !

Carte de champ

On pose $\xi = x/a$ et $\zeta = z/a$.



Lévitron : magnétisme géométrique

On pose $\vec{\mu} = \mu_B \vec{b}(t) + \vec{\mu}_\perp(t)$.

Force magnétique :

$$\vec{F}_M = \vec{\mu} \cdot \vec{\nabla} \vec{B} = \underbrace{\mu_B \vec{\nabla} B}_{\text{adiabatique}} + \underbrace{(\vec{\mu}_\perp \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}_{\text{géométrique}}$$

Approximation adiabatique

Précession très rapide $\Rightarrow \langle \vec{\mu}_\perp \rangle = \vec{0}$. Donc $\vec{\mu} \parallel \vec{b}(t)$ à tout instant.

Au-delà de l'approximation adiabatique

À l'ordre suivant $\langle \vec{\mu}_\perp \rangle \neq \vec{0}$, mais avec $\left\langle \frac{d\vec{\mu}_\perp}{dt} \right\rangle = \vec{0}$. Alors

$$\vec{\mu}_\perp = -\frac{\mu_B}{\Omega} \vec{b} \wedge \frac{d\vec{b}}{dt}$$

et $\vec{F}_{M,\text{géom}} = \vec{v} \wedge \vec{B}_G$ où \vec{B}_G est un champ effectif qui dépend des dérivées de \vec{B} .

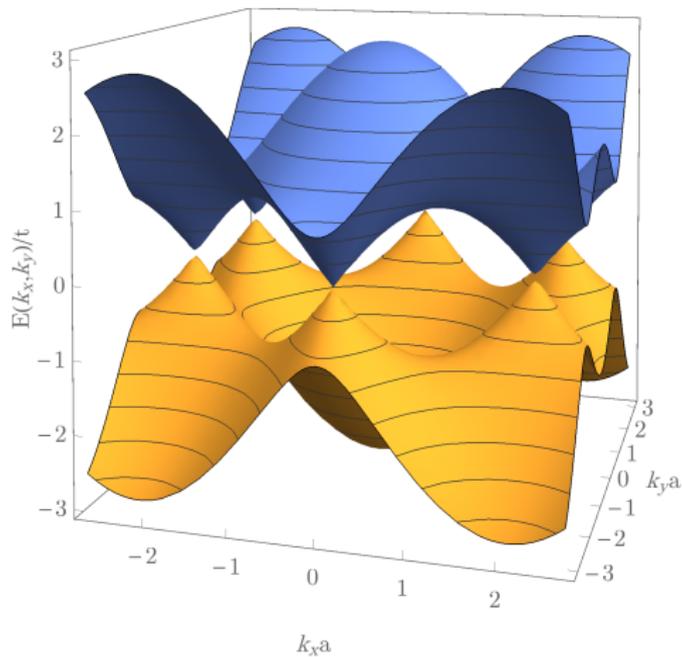
Flux de \vec{B}_G à travers une boucle \rightarrow phase d'un spin déplacé le long de cette boucle (phases de Hannay ou Berry).

Un autre exemple de lévitation



Lévitation du graphite? Même arnaque : $B_z \rightarrow B$ dans l'énergie!
Le graphène est quand même **très** diamagnétique...

Susceptibilité magnétique d'un cristal 2D



Susceptibilité magnétique d'un cristal 2D

Approche de Peierls : contribution du spectre des bandes

Formule de Peierls (somme sur les bandes α)

$$\chi(\mu, T) = \sum_{\alpha} \frac{\mu_0 e^2}{12\hbar^2} \int_{\text{BZ}} n'_F(E_{\alpha\mathbf{k}}) \left(\frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_x^2} \frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_y^2} - \left(\frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_x \partial k_y} \right)^2 \right) \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}$$

liée à la géométrie des relations de dispersion $E_{\alpha\mathbf{k}}$.

Susceptibilité magnétique d'un cristal 2D

Approche de Peierls : contribution du spectre des bandes

Formule de Peierls (somme sur les bandes α)

$$\chi(\mu, T) = \sum_{\alpha} \frac{\mu_0 e^2}{12\hbar^2} \int_{\text{BZ}} n'_F(E_{\alpha\mathbf{k}}) \left(\frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_x^2} \frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_y^2} - \left(\frac{\partial^2 E_{\alpha\mathbf{k}}}{\partial k_x \partial k_y} \right)^2 \right) \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2}$$

liée à la géométrie des relations de dispersion $E_{\alpha\mathbf{k}}$.

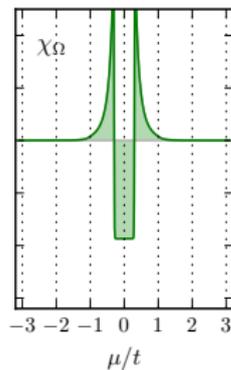
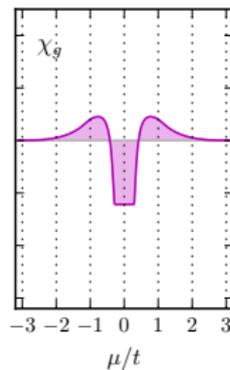
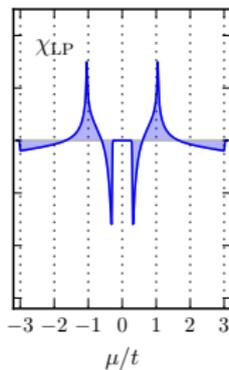
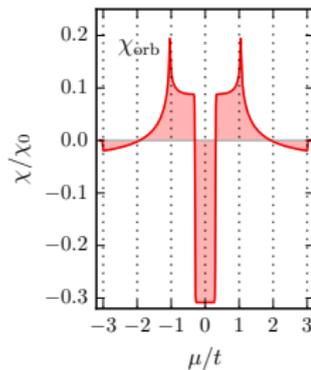
Couplage inter-bandes

MAIS il manque des éléments de couplage interbandes! \rightarrow **quantités géométriques** :

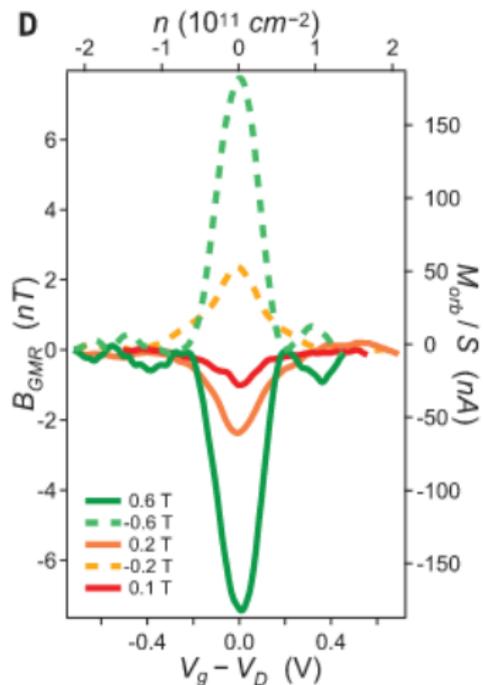
- ▶ tenseur géométrique $g_{\alpha\mathbf{k}}$
- ▶ courbure de Berry $\Omega_{\alpha\mathbf{k}}$

Origine du diamagnétisme du graphène

$$\chi_{\text{orb}}^{2b} = \chi_{\text{LP}} + \chi_g + \chi_{\Omega}$$



Découverte expérimentale du diamagnétisme du graphène



Bustamente, [...], Montambaux & Bouchiat, Science 2021

Merci !

